

Uma crítica à concepção semântica de consequência lógica

Marcos Antonio Alves e Itala M. Loffredo D'Ottaviano

Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência
e Departamento de Filosofia
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP
P.O. Box 6133 – 13081-970 Campinas, SP - Brasil
{marcosalves, itala}@cle.unicamp.br

Resumo

Apresentamos três características da consequência lógica, com base em sua noção intuitiva: necessidade, formalidade e aprioridade. Em seguida expomos a concepção semântica clássica, ou modelo teórica, de consequência lógica. Apresentamos um argumento contra a sua adequação conceitual, procurando mostrar que ela não apresenta estas três características. Sugerimos, seguindo argumento de Etchemendy, que esta concepção não satisfaz estas características por estar baseada em um mundo específico, o das teorias de conjuntos do tipo ZF.

Abstract

In this work we present three characteristics of the logical consequence, based on its intuitive notion: necessity, formality and apriority. Following we explain the standard semantic conception, or model-theoretic, of logical consequence. We illustrate an argument against its conceptual adequacy, looking for showing that it does not satisfy the three mentioned characteristics. We suggest, according to Etchemendy's argument, that this conception does not satisfy these characteristics for being based on a specific universe, the universe of set theories of type Zermelo-Fraenkel.

1 Introdução

A consequência lógica pode ser concebida como uma passagem, uma inferência, ou como uma relação entre um conjunto de sentenças, denominadas premissas, e uma outra sentença, denominada conclusão. Enquanto inferência, a consequência lógica é um processo, um movimento das premissas para a conclusão. Em geral esse processo é considerado legítimo se houver a manutenção da verdade entre as premissas e a conclusão. Enquanto relação, a consequência lógica é algo dado, fixo. A manutenção da verdade costuma ser a relação definidora da consequência lógica.

Quando reunidas em uma seqüência, as premissas e a conclusão constituem um *argumento*. Diremos que uma fórmula é consequência de um conjunto de fórmulas se e somente se o argumento resultante da reunião entre as premissas e conclusão é válido.

A seguir apresentamos três características que, segundo Hanson (1997, p. 373), ao longo da história foram consideradas características essenciais da consequência lógica: a necessidade, a formalidade e a aprioridade. Em seguida apresentamos a concepção

semântica clássica de consequência lógica, conhecida como modelo teórica e analisamos a possibilidade dela apresentar estas três características.

2 Três características da consequência lógica

Necessidade

A característica da necessidade foi descrita por diversos pensadores tais como Aristóteles (Primeiros Analíticos, 24b 19-22; Tópicos 100a, 25-6), Leibniz (I. 28 1989, p. 209), Tarski (1936, p. 414-5). Ela indica o caráter de confiabilidade, de garantia e permanência absoluta da consequência lógica em qualquer situação logicamente possível. A existência de consequência lógica entre sentenças exige que a inferência das premissas para a conclusão ou a relação entre elas seja mantida em toda situação logicamente possível.

Uma *situação* é um conjunto de sentenças indicativas que representam determinados eventos ou fatos do mundo. Uma *situação logicamente possível* respeita certas leis ou princípios lógicos pré-estabelecidos. Na lógica clássica aristotélica os principais princípios são os de identidade, do terceiro excluído e da não contradição. Se uma situação contrariar algum deles, não é logicamente possível, segundo esta lógica.

O caráter de necessidade da consequência lógica não permite identificá-la à causalidade. A causalidade costuma ser atribuída a elementos cuja causa é necessária e suficiente para o efeito. Já na consequência lógica a causa (premissas) deve ser suficiente, mas, em geral, define-se que ela não precisa ser necessária para o efeito (conclusão). Se a causa não ocorrer, o efeito pode ou não ocorrer. Ocorrendo a causa, o efeito é garantido.

Outro fator que distingue a causalidade da consequência lógica é o fato daquela ser uma relação entre eventos, acontecimentos naturais, ocorridos no mundo, produzindo-lhe alguma mudança. A consequência lógica é uma relação entre sentenças, entidades lingüísticas. As sentenças costumam ser utilizadas para representar, designar eventos, distinguindo-se deles. Os elementos da consequência lógica nem sempre podem ser elementos da relação de causalidade e vice-versa. Além disso, na causalidade há uma relação temporal entre a causa e o efeito. O efeito jamais ocorre antes da causa. Quando um argumento não termina com a conclusão, o efeito da consequência lógica “ocorre” antes da causa.

A necessidade da consequência lógica indica a sua independência de qualquer situação, mundo possível, realidade ou fatos, mantendo-se inalterada tanto naquilo que ocorre quanto no que pode ocorrer. Ela não deve ser estabelecida com base em mundos específicos, inclusive o mundo *real*.

Quando depender de certas situações, a consequência não pode ser considerada lógica. Para a sentença ‘Érico Veríssimo é brasileiro’ ser consequência lógica de ‘Érico Veríssimo é gaúcho’ toda situação imaginável deveria garantir a inferência ou a relação de consequência lógica. No caso dela ser determinada pela manutenção da verdade, ‘Érico Veríssimo é brasileiro’ deveria ser verdadeira sempre que ‘Érico Veríssimo é gaúcho’ fosse verdadeira. Embora, nesse exemplo específico, há manutenção da verdade no mundo *real*, há situações logicamente possíveis em que a premissa é verdadeira e a conclusão falsa. Este seria o caso do mundo em que o Rio Grande do Sul não fizesse parte do território brasileiro. Então Érico Veríssimo continuaria sendo gaúcho, mas não seria brasileiro.

A mudança de mundo geralmente implica na mudança de significado dos termos ou da natureza dos objetos referidos por eles. A modificação do mundo *real* do exemplo acima leva à modificação da referência ou da extensão de ‘brasileiro’. Indiretamente, os termos ‘Érico Veríssimo’ e ‘gaúcho’ também tiveram seu significado modificado, nem mesmo permanecendo inalterados em sua estrutura simbólica.

A necessidade não pode ser analisada sem algum tipo de modificação de aspectos semânticos da sentença. Se fosse proibida qualquer modificação deste tipo, o único mundo a ser analisado seria o mundo *real*, o que tornaria o caráter de necessidade contraditório: exigiria a consideração de todo mundo possível e proibiria a análise de qualquer mundo distinto do *real*.

A mudança de mundo produz mudanças semânticas nas sentenças, resultando em modificações do significado dos seus termos. A estrutura das sentenças, porém, permanece inalterada. Estas mudanças também são elementos definidores da consequência lógica. Além da necessidade, a consequência lógica apresenta a característica da formalidade.

Formalidade

A formalidade explicita a idéia de que a consequência lógica não se resume ao conteúdo específico de um conjunto de sentenças, mas sim à sua estrutura. Ela

pressupõe a análise do significado próprio, direto, das sentenças investigadas e do significado de todas as outras sentenças que compartilham da sua forma.

A formalidade exige a análise de toda compreensão logicamente possível das sentenças envolvidas. (Field, 1989, p. 116-9, 239). Uma *compreensão logicamente possível* de um conjunto de sentenças pode ser entendida como operações, tipo substituições ou interpretações dos seus termos, que não modificam a sua estrutura. Para manter a forma inalterada, termos iguais seriam interpretados ou substituídos por termos iguais e termos diferentes por termos diferentes.

A conseqüência lógica se caracteriza por abstrair o conteúdo das sentenças. Dependendo do ponto de vista, não considera conteúdo nenhum ou considera todo conteúdo. Não considera porque a conseqüência lógica deve se basear na distribuição dos termos, independente do seu conteúdo, exceto talvez de alguns termos especiais. Por outro lado, para que uma sentença com conteúdo específico ser conseqüência lógica de um conjunto de sentenças específicas, qualquer sentença que tiver a mesma forma, independente do seu conteúdo, também deve ser conseqüência lógica de todo conjunto de sentenças que dividem a mesma forma desse conjunto específico. Ou seja, a conseqüência lógica se aplica a qualquer conteúdo.

A característica da formalidade explicita a generalidade da lógica. A lógica, enquanto ciência da dedução, área de pesquisa que investiga a conseqüência lógica, deve encontrar generalidades que caracterizam o seu objeto de estudo. Em geral não é interessante provar características de objetos particulares, mas características gerais referentes à totalidade ou a um domínio amplo dos elementos do objeto de estudo.

Para Hanson (1997, p. 376) "... as formas de argumentos são sempre os representantes gerais de classes de argumentos individuais." Ao tratar da forma de um argumento específico, provando-lhe uma propriedade específica, tratamos ou provamos tal propriedade para todo objeto com a mesma forma.

A *forma* de uma sentença é a sua estrutura, a distribuição dos seus termos ou a relação entre eles. Pode ser pensada como propriedade inerente a ela, possuindo um caráter absoluto, ou como uma propriedade relativa a escolhas determinadas.

Uma perspectiva absolutista da forma lógica pressupõe a existência de propriedades substanciais às sentenças, definidoras da sua estrutura, que a estabelecem de modo universal e necessário. Uma sentença teria sempre a mesma forma, em qualquer linguagem. Como a estrutura de uma sentença é determinada com base nas relações entre os seus termos, pode ocorrer dos termos de uma sentença apresentar

propriedades distintas em diferentes linguagens. Logo, é possível também que as relações entre os termos variem de uma linguagem para outra, tornando a forma dependente da linguagem analisada.

Se a forma for relativa à linguagem, deve haver meios de defini-la em uma linguagem específica. A definição poderia ser proposta via classificação dos termos em categorias, abstraindo a forma a partir desta classificação. Este seria um trabalho muito dispendioso. Uma linguagem geralmente possui uma quantidade infinita de termos, sem considerar que, em linguagens não-formais, eles podem ser ambíguos, imprecisos, indefinidos.

Outro meio para a definição da forma seria através da escolha de termos referenciais, chamados *termos lógicos*. Uma das dificuldades desta proposta consiste na identificação desses termos. Para alguns pensadores, eles possuem características que os tornam eminentemente lógicos. Para outros, como Hanson (1997, p. 377) a sua escolha depende enormemente dos objetivos almejados em uma pesquisa lógica, ou seja, é arbitrária.

Uma das propostas para selecionar termos lógicos, além da clareza, precisão e univocidade, é a sua ocorrência nas sentenças de uma linguagem. Eles seriam os que mais ocorrem nas sentenças. Ao estabelecer a forma de uma sentença a partir dos termos que mais ocorrem estaríamos satisfazendo a característica de generalidade. Ao identificar a forma de uma sentença, provando-lhe uma propriedade, ela seria provada para um grande número de sentenças daquela linguagem.

Seja através da classificação, escolha de termos lógicos ou uma combinação entre estas alternativas, a forma de uma sentença costuma ser estabelecida com base na distribuição de seus elementos.

Considerando a linguagem do cálculo sentencial clássico, se os símbolos ' \vee ' e ' \rightarrow ', correspondentes aos termos 'ou' e 'implica', são lógicos, ' $(A \vee B)$ ' e ' $(A \rightarrow B)$ ' não dividem a mesma forma lógica por possuírem símbolos lógicos distintos. Se ' A ' e ' B ' fossem lógicos e ' \vee ' e ' \rightarrow ' pertencessem à mesma categoria, estas duas sentenças apresentariam a mesma forma. Mas ' $((A \vee B) \rightarrow B)$ ' e ' $(A \vee (B \rightarrow B))$ ', que, em outra notação, poderiam ser escritas, respectivamente, como ' $\rightarrow \vee ABB$ ' e ' $\rightarrow A \vee BB$ ', embora apresentem os mesmos símbolos, não possuem a mesma forma, dada a diferença na distribuição deles. Estas duas sentenças compartilham da mesma forma no âmbito macroscópico, mas não no microscópico. Ambas possuem a forma implicativa, mas o

antecedente da primeira é uma sentença disjuntiva enquanto a da segunda é uma sentença atômica.

A necessidade e a formalidade explicitam que a consequência lógica não pode depender de situações ou de compreensões específicas. Além disso, ela deve ser identificada aprioristicamente.

Aprioridade

A *aprioridade* ou *anterioridade* significa que a consequência lógica independe conhecimentos individuais ou prévios, do grau informacional sobre o mundo ou significado dos termos, de relações de conteúdo ou algum tipo de experiência referente aos fatos expressos pelas sentenças. Ela deve ser determinada *a priori*, antes de qualquer conhecimento sobre as relações entre os termos das sentenças envolvidas. A consequência lógica deve ser descoberta independentemente de qualquer experiência, diz Hanson (1997, p. 377). Não pode depender do conteúdo factual das sentenças ou dos estados cognitivos de alguém a seu respeito, enuncia Mates (1968, p. 03).

Segundo Etchemendy (p. 89)

Poderíamos afirmar, não implausivelmente, que é somente devido à relação *a priori* entre as premissas e a conclusão de um argumento válido que julgamos a última seguir-se necessariamente das primeiras e, por isso, julgamos o argumento válido. Sob essa perspectiva, uma consequência necessária que não pudesse ser reconhecida como tal *a priori* jamais poderia ser qualificada como consequência lógica.

Em suma, a consequência lógica pressupõe algum tipo de ligação inalienável entre sentenças. Esta ligação é medida em termos do apoio, do sustento, do suporte da garantia oferecida pelas premissas à conclusão. Este apoio costuma ser avaliado através da manutenção da verdade entre as premissas e a conclusão. A consequência lógica se caracteriza essencialmente por garantir aprioristicamente a verdade da conclusão a partir da verdade das premissas, independente de situação ou interpretação. Esses elementos podem ser percebidos na seguinte citação de Tarski (p. 414-5):

Considere uma classe Γ qualquer de sentenças e uma sentença ϕ que se segue das sentenças desta classe. A partir de um ponto de vista intuitivo jamais pode ocorrer que Γ seja constituído apenas de sentenças verdadeiras e ϕ seja falsa. Além disso, uma vez que estamos interessados aqui com o conceito de consequência lógica, isto é *formal* e, assim, com uma relação que deve ser unicamente determinada pela forma das sentenças entre as quais ela se mantém, esta relação não pode ser influenciada de nenhum modo pelo conhecimento empírico e, em particular, pelo conhecimento dos objetos para os quais a sentença ϕ ou as sentenças de Γ se referem. A relação de consequência não pode ser afetada ao substituirmos as designações dos objetos referidos nestas sentenças pelas designações de outros objetos.

A seguir apresentamos informalmente a abordagem modelo teórica da consequência lógica. Buscamos investigar a possibilidade dela capturar o seu significado ou a sua extensão, com base na satisfação das três características expostas nesta seção.

3 A abordagem modelo teórica

A abordagem modelo teórica ou semântica padrão é defendida ou apresentada pela grande maioria dos lógicos contemporâneos, tais como Mendelson (1964) e Shoenfield (1967), Mates (1968), Mortari (2001). Baseados na proposta de Tarski (1933; 1936) definem a consequência lógica através da noção de verdade, que depende da noção de satisfação em um modelo, definida com base na noção de estrutura.

Uma estrutura para uma linguagem, segundo Shoenfield (1967, p. 18), é constituída por um conjunto de indivíduos, denominado domínio e uma atribuição de valores para os símbolos não lógicos da linguagem. Na linguagem do cálculo de predicados com igualdade clássico, uma estrutura associa, por exemplo, um indivíduo do domínio a cada constante individual, um conjunto de indivíduos a cada letra de predicados e um valor de verdade da cada letra sentencial.

O valor de verdade de uma sentença em uma estrutura em geral é definido recursivamente, com base na escolha dos símbolos lógicos. Uma sentença conjuntiva, por exemplo, é verdadeira se e somente se seus dois conjuntivos forem verdadeiros. Em última análise, o valor de verdade de uma sentença depende do valor das suas sentenças atômicas.

Um modelo para um conjunto de sentenças é uma estrutura na qual todas as suas sentenças são verdadeiras. Se o conjunto possuir apenas uma sentença, dizemos que a estrutura é modelo da sentença.

Uma sentença φ é consequência lógica semântica de um conjunto Γ de sentenças (em símbolos: $\Gamma \models \varphi$) se e somente se, para qualquer estrutura Σ , se Σ é modelo de φ então Σ é modelo de Γ . Disso resulta que, se todas as fórmulas de Γ forem verdadeiras, então φ também é verdadeira.

Na perspectiva modelo teórica a consequência lógica pressupõe a análise de toda estrutura possível. Cada estrutura pode ser pensada, por um lado, como uma representação de um mundo particular e, por outro lado, como uma “interpretação” diferente dos termos não lógicos de uma sentença. Logo, essa perspectiva parece

satisfazer as características da necessidade e formalidade enunciadas anteriormente. Aparentemente ela também satisfaz a aprioridade, uma vez que a análise independe de conhecimentos prévios a respeito de qualquer estrutura. No que se segue apresentamos uma crítica, baseada em Etchemendy (1990), à hipótese desta perspectiva apresentar as características da consequência lógica.

4 Inadequação da noção de consequência lógica modelo teórica

Para ser adequada, a extensão da noção de consequência lógica modelo teórica deve ser igual à da extensão da concepção comum de consequência lógica. O seguinte argumento parece ser intuitivamente inválido, a conclusão não é consequência lógica das premissas:

(1)

$$\forall x \forall y \forall z (x \text{ é maior que } y \wedge y \text{ é maior que } z \rightarrow x \text{ é maior que } z)$$

$$\forall x \neg (x \text{ é maior que } x)$$

$$\exists y \forall x \neg (x \text{ é maior que } y)$$

A conclusão de (1) determina que a relação *ser maior que* tem um elemento minimal e as premissas afirmam que esta relação é transitiva e irreflexiva. Se aceitarmos que *ser maior que* é um símbolo não-lógico, a validade deste argumento depende de que, para qualquer relação, se ela for transitiva e irreflexiva, então tem elemento minimal.

Pode-se “interpretar” uma relação em uma estrutura pelo menos de dois modos: atribuindo-lhe um conjunto de n -uplas ordenadas arbitrárias de indivíduos ou interpretá-la apenas como relações genuínas. Segundo Etchemendy (1990, p. 118), no primeiro caso (1) é válido em uma estrutura se e somente o seu domínio for finito. Como cada domínio é um subconjunto do universo, conclui-se que (1) é válido se e somente se o universo for finito. No segundo caso, (1) seria válido caso o universo fosse finito e poderia sê-lo caso o universo fosse infinito quando ele fosse, por exemplo, homogêneo. Mas, diz Etchemendy (1990, p. 120),

... qualquer um reconhece que a afirmação não há um maior objeto não é uma consequência lógica do simples fato que a relação *maior que* é transitiva e irreflexiva. Nós o fazemos totalmente independente de nossas crenças ou hipóteses, quaisquer que sejam, sobre o tamanho real do universo. Sem dúvida nós simplesmente refletimos que não *poderia ter tido* nenhum maior objeto, havendo ou não de fato. Questões a respeito de o universo ser ou não finito são completamente irrelevantes para esta intuição fundamentalmente modal.

A invalidade de (1) e, portanto, a adequação da extensão da consequência lógica da abordagem modelo teórica, depende de o universo ser infinito ou da constituição dos seus elementos, ambos fatores extra-lógicos. Segundo Etchemendy (1990) esta abordagem garante a infinitude do universo por estar construída com base em teorias de conjuntos do tipo ZF, nas quais figura o axioma do infinito. Nelas também é possível provar que seus elementos não são homogêneos.

A infinitude do universo não pode ser considerada um fator lógico. Se o axioma do infinito expressa um elemento lógico, um axioma da finitude do universo também deveria expressar um fator lógico. Neste caso, esta abordagem consideraria válidos argumentos que deveriam ser considerados inválidos.

Apesar de depender de fatores extra-lógicos, a extensão da concepção de consequência lógica modelo teórica é adequada quando aplicada a sistemas como o cálculo de predicados de primeira ordem. Entretanto, essa adequação não se deve à correção do conceito, mas a um mero acaso. É por coincidência que o mundo base, o das teorias de conjunto do tipo ZF é apropriado, fazendo com que a abordagem modelo teórica considere válidos todos e apenas os argumentos intuitivamente válidos, diz Etchemendy (1990, p. 141).

Por depender de um mundo específico, a abordagem modelo teórica não apresenta a característica da necessidade, como parece à primeira vista. Em algum sentido ela analisa diversos mundos possíveis na análise da consequência lógica. Segundo a crítica de Etchemendy (1990), o problema desta abordagem é que a possibilidade de um mundo é determinada segundo o mundo-base da teoria de conjuntos. A consequência lógica é baseada em mundos de um mundo particular. A característica da necessidade explicita a independência da consequência lógica de qualquer mundo possível.

Também por pressupor o mundo da teoria de conjuntos, a noção de consequência lógica modelo teórica, a rigor, não garante que considera apenas a forma das sentenças, uma vez que se aplica apenas ao conteúdo do mundo pressuposto. Pelo menos hipoteticamente, são desconsideradas as “interpretações” dos termos em mundos que não se adequam ao da teoria de conjuntos.

Por fim, a consequência lógica também depende, em algum sentido, de conhecimentos sobre o mundo para a garantia da manutenção da verdade de um argumento. Devem-se pressupor conhecimentos sobre a infinitude do universo, por exemplo.

Há diversas tentativas de refutar o argumento de Etchemendy (1990) contra a abordagem modelo teórica. Em um trabalho futuro pretendemos apresentar alguns destes contra argumentos. Nossa intenção é, além de conhecer algumas definições da noção de consequência lógica, sugerir uma concepção informacional de consequência lógica.

Bibliografia

ETCHEMENDY, J. (1999) *The concept of logical consequence*. Stanford: CSLI Publications.

HANSON, W. H. (1997) The concept of logical consequence. In: *The philosophical review*, v. 106, n.3, july.

MATES, B. (1968) *Lógica Elementar*. Trad.: Hegenberg, L & Mota, O. S. São Paulo: Companhia Editora Nacional/Editora da Universidade de São Paulo.

MENDELSON, E; (1964) *Introduction to logic*. New York: D. Van Nostrand Company.

MORTARI, C; (2001) *Introdução à lógica*. São Paulo: Editora UNESP.

SHOENFIELD, J; (1967) *Mathematical Logic*. Massachussetts: Addison Wesley Publishing Company, 2^a ed.

TARSKI, A; (1933) *Concept of truth in formalized languages*. In.: (1956) *Logic, semantics, metamathematics*. Oxford: Clarendon Press, pp. 152-278.

TARSKI, A; (1936) *On the concept of logical consequence*. In.: (1956) *Logic, semantics, metamathematics*. Oxford: Clarendon Press, pp. 409-420.